



Studia i Materiały. Miscellanea Oeconomicae

Rok 13, Nr 1/2009

Wydział Zarządzania i Administracji

Uniwersytetu Humanistyczno – Przyrodniczego Jana Kochanowskiego w Kielcach

Gospodarowanie zasobami organizacji w warunkach zagrożeń otoczenia

Antoni Kasprzycki¹

ENTROPIA W MODELOWANIU EKONOMICZNYM

Streszczenie

W pracy bada się entropie powierzchniową i objętościową sformułowaną przez A. Lichnerowicza, entropię shanonowską i entropię A. Kołmogorowa pojawiająca się przy analizie procesów ekonomicznych.

Entropia typu objętościowego i powierzchniowego w ekonomii.

Inspiracją do napisania tego artykułu była praca D. Dobii i M. Dobii opublikowana w MBA 1/2005 (8-16). Praca była odpowiedzią na zarzuty które postawił autorom A. Malawski, bowiem zakwestionował on tezę na temat istnienia i praw zachowania kapitału sformułowaną przez autorów. Autor prezentowanego artykułu zetknął się z pracą kilka tygodni temu. Krótko mówiąc, autorzy D. Dobija i M. Dobija na stronach 8-9 przybliżają czytelnikowi polskiemu podstawowe pojęcia takie jak wartość, użyteczność, koncentracja kapitału², potencjał, energia w ekonomii i inne kategorie ekonomiczne. Są to tłumaczone na język polski pojęcia ana-

¹ Antoni Kasprzycki, Wyższa Szkoła Ekonomii, Turystyki i Nauk Społecznych w Kielcach.

² Koncentracja (w chemii) – zawartość składnika w substancji;

Koncentracja (w fizyce) – jest to liczba obiektów przypadających na jednostkę objętości $n_0 = N/V$ gdzie N jest ilością obiektów w objętości V

Istnieje także koncentracja liniowa i powierzchniowa

Obiektami w różnych dziedzinach są:

a) w teorii kinetycznej gazów: cząsteczki

b) w elektryczności: nośniki prądu, elektrony, jony

c) w astrofizyce: gwiazdy, planety

d) w fizyce atomowej: jądra, atomy, protony

lizowane przez P. Mirowskiego³.

Na stronie 11 D. Dobija i M. Dobija piszą: „Między entropią którą określili i zbadali fizycy, a następnie chemicy a kategoriami ekonomicznymi istnieje duża różnica. Określenie entropii wymaga między innymi uwzględnienia temperatury⁴, wielkości, która w rozważaniach ekonomicznych nie występuje”. Otóż w latach 70-tych XX w wybitny geometra, termodynamik A. M. Lichnerowicz badał odpowiednik entropii powierzchniowej i objętościowej z którą mamy do czynienia w termodynamice ośrodka ciągłego⁵ w ekonomii.

Zdefiniujmy potrzebne pojęcia do omówienia entropii ekonomicznej (typu powierzchniowego i objętościowego) Prostą komórkę ekonomiczną κ nazywa się element ekonomiczny (może to być region, województwo, gmina, gospodarstwo domowe). I każdej takiej komórce przyporządkowujemy entropię S tej komórki, która określa całkowicie jej strukturę,

Funkcja S zależy od U – wielkości zasobów oznaczających pieniądze w komórce κ ,

X_i – wielkości i -tego zasobu w komórce κ .

Zatem entropia $S = S(U, X_i)$ gdzie $U \in X_i \in \mathbb{R}^+$

Zakładamy, że funkcja S jest funkcją klasy C^2 , jednorodną pierwszego stopnia i silnie rosnącą względem każdego argumentu, jest wypukłą zmiennych U i X_i . Ponadto $S \geq 0$ i $S = 0 \iff U = X_i = 0$.

Ostatnie zdanie oznacza, że S spełnia III zasadę termodynamiki w ekonomii.⁶

Entropia zarówno w termodynamice jak i w ekonomii ma sens tylko w równowadze. W termodynamice – entropia i temperatura; a w ekonomii wartość i entropia typu objętościowego i powierzchniowego.

³ P. Mirowski; *More Heat Than Light* (1989)

⁴ Temperatura, to wartość termodynamiczna charakteryzująca stan równowagi termodynamicznego układu makroskopowego. Temperatura jest jednakowa dla wszystkich części układu izolowanego znajdującego się w stanie równowagi termodynamicznej. W układach nie będących w stanie równowagi energia przechodzi od ciała o wyższej temperaturze do ciała o niższej temperaturze. Najogólniej można określić temperaturę jako wielkość odwrotną pochodnej entropii S układu względem jego energii, to znaczy:

$$\frac{1}{T} = \frac{dS}{dE}$$

Jeżeli entropia określa się jako logarytm wagi statycznej, to jest ona bezwymiarowa, zaś temperatura ma wymiar energii. W klasycznej mechanice statystycznej (K. Huang, *Mechanika statystyczna*, PWN, Warszawa, 1978; A. Anzelm, *Podstawy fizyki statystycznej i termodynamiki*, PWN, Warszawa 1984; M. A. Lichnerowicz, *Un modele d'echange economique (Economie et thermodynamique)* “Annales de l'Institut Henri Poincare”, nouvelle serie, VI, nr 2 (1970) Section B, 159 -206) temperatura bezwzględna jest identyczna z temperaturą statystyczną, występującą w rozkładzie kanonicznym Gibbsa. Z rozkładu kanonicznego Gibbsa wynika, że dla ciągłego i nieograniczonego od góry, widma energii temperatura bezwzględna jest wielkością dodatnią. Pojęcie temperatury stosowane jest na ogół w wypadku układów znajdujących się w stanie równowagi, można posłużyć się nim również przy określaniu stanów niepełnej lokalnej równowagi.

⁵ M. A. Lichnerowicz, *Un modele d'echange economique (Economie et thermodynamique)* „Annales de l'Institut Henri Poincare”, nouvelle serie, VI, nr 2 (1970) Section B, 159 -206; M. A. Lichnerowicz, *C.R.Acad.Sci.Paris* 269 (1969) 665-668, 750 -753.

⁶ Zasada sformułowana w 1907 r. przez Plancka i Nernsta

Weźmy teraz komórkę κ na rynku; rynek ustanawia ceny. Niech w czasie $t = t_0$, rynek określił ceny. I niech w czasie $t = t_0$: U_0 - oznacza wielkość pieniędzy, X_{0i} - wielkość i-tego zasobu w czasie $t = t_0$. Określmy kapitał (dochód) F naszej komórki κ w $t = t_0$. Jest on równy :

$$F = U_0 + \sum_i P_i X_{i0} \quad (1.1)$$

gdzie P_i - cena i-tego zasobu na rynku.

Komórka κ sprzedając i kupując produkty dąży do osiągnięcia $\max S(U, X_i)$. Ceny występujące w (1.1) są zmiennymi intensywnymi.⁷

Definicja entropii – lichnerowiczowskiej sformułowanej wyżej pozwala na wprowadzenie jak w termodynamice ośrodka ciągłego, źródeł entropii zarówno powierzchniowej jak i objętościowej [9].

Entropia typu shanonowskiego. Informacja [8].

Niech A i B są zdarzeniami pewnej przestrzeni probabilistycznej $(\Omega, \mathcal{B}, P)$ gdzie $\mathcal{B}$ – σ ciało

P - funkcja prawdopodobieństwa

Ilość informacji $I(A/B)$ która jest zawarta w zdarzeniu B w stosunku do zdarzenia A określamy jako :

$$I(A/B) = \log_2 P(A/B) / P(A) \quad (2.1)$$

Pojawieniu się zdania $B=A$ można interpretować jako wiadomość o tym, że nastąpiło A .

Wówczas $I(A/A) = I(A)$ jest z definicji ilością informacji $I(A)$ zawartej w wiadomości A .

Wyraża się w wzorem :

$$I(A/A) = I(A) = -\log_2 P(A) \quad (2.2)$$

Niech G – doświadczenie o wynikach $E_1, E_2, \dots, E_N$ które realizują się z prawdopodobieństwem odpowiedzi : $p_1, p_2, \dots, p_N$.

Informacja otrzymana przez nas w wyniku doświadczenia G jest zmienną losową X przyjmującą wartości: $-\log_2 p_i, i = 1, 2, \dots, N$

Wartość średnia tej informacji $E(X) = -\sum p_i \log_2 p_i$, nazywa się entropią doświadczenia G .

⁷ Jeżeli układ jednorodny znajdujący się w stanie równowagi termodynamicznej (ekonomicznej) podzielimy na n części o równych objętościach, to objętość V , masa M , energia E , oraz entropia S każdej części będą n razy mniejsze niż dla całego układu – są to wielkości ekstensywne. Natomiast temperatura T , ciśnienie P , gęstość $\rho = M/V$, chemiczny potencjał μ będą wielkościami intensywnymi. Cena jest wielkością intensywną. Pojęcie wielkości ekstensywnych i intensywnych do termodynamiki wprowadził M. Planck.[3]

Uwaga : Przy $p_i = 0$; $- p_i \log_2 p_i = 0$

Niektóre własności entropii shanonowskiej :

w.1. Entropia maksymalizuje użyteczność. Za dowód tej własności Harańczyk – absolwent UJ. dostał w 2005r nagrodę im. Doc. Marcinkiewicza (ofiary Katynia) za najlepszą pracę magisterską

w Polsce.

w.2. Ekonomiczna komórka κ nazywa się złożoną jeżeli $\kappa (Z_1, Z_2)$ oraz $\kappa = Z_1 + Z_2$.

w.3. Każdy stan równowagi złożonej komórki $\kappa (Z_1, Z_2)$ stanowi optimum Pareto.

Z zasady maksymalnej entropii w układzie izolowanym wynikają wnioski decyzyjne dotyczące analizy kluczowych sektorów w gospodarce (Gurgul 2002), funkcji użyteczności i awersji do ryzyka, potencjału społecznego itp.

W modnej ostatnio tematyce dotyczącej innowacji entropia shanonowska ilustruje erozję przewagi konkurencyjnej jaką oferuje konkretna innowacja – czyli stratę wynikającą z przekazywania informacji. W sytuacjach gdy maleje produktywność osób stosuje się tzw. entropię wysiłku (Leibenstein). Entropia shanonowska może być miarą konwergencji, determinacji, koncentracji czy też skłonności (Hozer).

Entropia Kołmogorowa.

W badaniu rynków finansowych, ich zachowań w sytuacji chaosu dużą rolę odgrywa jedno z narzędzi badania tych stanów: entropia Kołmogorowa (1959)⁸.

Entropia Kołmogorowa jest najważniejszą miarą z miar charakteryzujących ruch chaotyczny w dowolnej przestrzeni fazowej. Przypomnijmy, że entropia termodynamiczna S jest wielkością mierzącą stopień nieuporządkowania danego układu. Entropia termodynamiczna S którą można wyrazić jako :

$$S = - \sum p_i \log p_i \quad (3.1)$$

gdzie $\{p_i\}$ są prawdopodobieństwami znalezienia układu w stanach $\{i\}$ według Shanona (1949) mierzy informację niezbędną do zlokalizowania układu w pewnym stanie i^* , to znaczy że S jest miarą naszej niewiedzy o układzie.

Nie jest dziwne, że entropia Kołmogorowa, która mierzy „jak chaotyczny jest układ” może być określona za pomocą wzoru Shanona. Szczegółową definicję oraz własności i zastosowanie entropii Kołmogorowa w badaniu chaosu można znaleźć na str. 117 i 159 w: Schuster H. G., *Chaos deterministyczny*, PWN, Warszawa 1998. Modna ostatnio teoria dużych odchyłeń korzysta z teorii entropii kołmogorowskiej.

Bibliografia

1. Anzelm A., *Podstawy fizyki statystycznej i termodynamiki*, PWN, Warszawa 1984.
2. Borowkow A. A., *Rachunek prawdopodobieństwa*, PWN, Warszawa 1975.

⁸ Por. H. G. Schuster, *Chaos deterministyczny*, PWN, Warszawa 1998.

3. Dobija D., Dobija M., *MBA* 1/2005, 8-16.
4. Huang K., *Mechanika statystyczna*, PWN, Warszawa, 1978.
5. Lichnerowicz M. A., *C.R.Acad.Sci.Paris* 269 (1969) 665-668, 750 -753.
6. Lichnerowicz M. A., *Un modele d'echange economique (Economie et thermodynamique)* "Annales de l'Institut Henri Poincare", nouvelle serie, VI, nr 2 (1970) Section B, 159 -206.
7. Mirowski P., *More Heat than Light, Economics and Social Physics. Physics as Nature's Economics*, Cambridge University Press 1989.
8. Perzyna P., *Termodynamika materialów niesprężystych*, PWN, Warszawa 1975.
9. Planck M., *Gleichgewichtszustände isotroper Körper in werschiedenen temperaturen*, Th. Ackermann, München 1880.
10. Schuster H. G., *Chaos deterministyczny*, PWN, Warszawa 1998.

Abstract

The entropy in economics

In the paper some new approach to entropy in economic model are analyzed.