



**Studia i Materiały. Miscellanea Oeconomicae**  
Rok 21, Nr 3/2017, tom I  
Wydział Prawa, Administracji i Zarządzania  
Uniwersytetu Jana Kochanowskiego w Kielcach

**Pomiar jakości życia w układach regionalnych i krajowych.  
Dylematy i wyzwania**

**Katarzyna Filipowicz<sup>1</sup>**

## **O MOŻLIWYCH TRAJEKTORIACH ROZWOJU EKONOMICZNEGO WOJEWÓDZTW – ANALIZY SYMULACYJNE OPARTE NA GRAWITACYJNYM MODELU WZROSTU GOSPODARCZEGO**

**Streszczenie:** W opracowaniu przedstawiono skalibrowane parametry grawitacyjnego modelu wzrostu gospodarczego dla województw w latach 2000-2014. Na bazie skalibrowanych parametrów modelu przeprowadzono symulacje numeryczne, które posłużyły do wyznaczenia trajektorii rozwoju ekonomicznego województw. W analizach numerycznych rozważano dwa scenariusze kształtowania się stóp inwestycji w kolejnych latach. W pierwszym przyjęto, że stopy inwestycji będą równe średniej stopie inwestycji w latach 2000-2014 dla województwa. W drugim założono, że stopy inwestycji będą takie same dla wszystkich województw (równe średniej dla gospodarki polskiej w latach 2000-2014, czyli 14,9%). Niezależnie od przyjętego scenariusza dotyczącego kształtowania się stóp inwestycji w województwach występowałby proces dywergencji wydajności pracy w kolejnych latach. Proces ten byłby silniejszy w przypadku pierwszego scenariusza.

**Słowa kluczowe:** zróżnicowanie regionalne, grawitacyjny model wzrostu gospodarczego, wydajność pracy

### **Wprowadzenie<sup>2</sup>**

Celem opracowania jest wyznaczenie możliwych trajektorii rozwoju ekonomicznego województw z wykorzystaniem analiz symulacyjnych opartych na grawitacyjnym

---

<sup>1</sup> Mgr Katarzyna Filipowicz, Uniwersytet Jagielloński w Krakowie.

<sup>2</sup> Opracowanie powstało w ramach grantu NCN pt. *Cykle wzrostu – dynamiczne modele koniunktury i wzrostu gospodarczego* nr OPUS8 UMO-2014/15/B/HS4/04264.

modelu wzrostu gospodarczego. Grawitacyjny model wzrostu gospodarczego wpisuje się w szeroki nurt rozważań nad przyczynami dysproporcji w tempie rozwoju ekonomicznego pomiędzy regionami. W modelu tym szuka się przyczyn tych różnic nie tylko w potencjale wewnętrznym danego regionu (mierzonego np. zasobem kapitału rzeczowego na pracującego), ale także w potencjale oraz położeniu geograficznym regionów, z którymi może on wchodzić w pewne interakcje przestrzenne. Interakcje te przejawiać się mogą m.in. w wymianie handlowej dóbr i usług, migracjach ludności, przepływie kapitału itp.<sup>3</sup>

W pierwszej części opracowania zaprezentowano istotę grawitacyjnego modelu wzrostu gospodarczego. Następnie opisano sposób kalibracji parametrów modelu. Na bazie skalibrowanych parametrów modelu wyznaczono możliwe trajektorie wydajności pracy przy różnych scenariuszach dotyczących kształtowania się stóp inwestycji. Opracowanie kończy podsumowanie z najważniejszymi wnioskami z prowadzonych analiz. W analizach wykorzystano dane pochodzące z Banku Danych Lokalnych GUS (BDL) obejmujące lata 2000-2014.

### Istota grawitacyjnego modelu wzrostu gospodarczego

Grawitacyjny model wzrostu gospodarczego swoją konstrukcją nawiązuje do modelu wzrostu Solowa. Stanowi rozszerzenie modelu Solowa o tzw. czynnik grawitacyjny<sup>4</sup>. W modelu zakłada się, że pomiędzy skończoną liczbą  $N$  regionów ( $N \geq 2$ ) występują pewne oddziaływania. Interakcje te opisane są przez indywidualne oraz łączne efekty grawitacyjne. Zbiór  $N$  regionów, pomiędzy którymi zachodzą oddziaływania grawitacyjne, oznaczany dalej będzie jako  $G$ .

Proces produkcyjny w  $j$ -tym regionie opisany jest przez funkcję wydajności pracy będącą rozszerzeniem funkcji produkcji Cobba-Douglasa:

$$\forall j \in G \quad y_j(t) = a_j (g_j(t))^\beta (k_j(t))^\alpha, \quad a_j > 0 \wedge \alpha, \beta \in (0,1) \wedge \beta < \frac{1-\alpha}{2}, \quad (1)$$

gdzie:  $y_j$  oznacza wydajność pracy w  $j$ -tym regionie,  $k_j$  – kapitał rzeczowy na pracującego w  $j$ -tym regionie,  $a_j$  – oznacza część łącznej produktywności czynników produkcji wynikającą z działania efektów indywidualnych w  $j$ -tym regionie<sup>5</sup>,

<sup>3</sup> Por. C. Ponsard, *Ekonomiczna analiza przestrzenna*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań 1992.

<sup>4</sup> Model ten zaproponowany został w opracowaniu: K. Mroczek, T. Tokarski, M. Trojak, *Grawitacyjny model zróżnicowania rozwoju ekonomicznego województw*, Gospodarka Narodowa 2014, nr 3. Por. też K. Filipowicz, T. Tokarski, *Podstawowe modele wzrostu gospodarczego w teorii ekonomii*, [w:] *Zróżnicowanie rozwoju współczesnej Europy*, A. Nowosad, R. Wisła (red.), Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków 2016.

<sup>5</sup> Zróżnicowanie  $a_j$  może wynikać m.in. ze zróżnicowania kapitału ludzkiego pomiędzy analizowanymi regionami lub też może być skutkiem różnych instytucjonalnych lub sektorowych struktur badanych gospodarek por. R. Lucas, *On the mechanics of economic development*, Journal of Monetary Economics 1988, vol. 22; K. Malaga, P. Kliber, *Konwergencja i nierówności regionalne w Polsce w świetle neoklasycznych modeli wzrostu*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań 2007; G. Mankiw, D. Romer, D. Weil, *A Contribution to the*

$g_j^\beta$  – część łącznej produktywności czynników produkcji wynikająca z działania efektów grawitacyjnych w  $j$ -tym regionie,  $g_j$  – łączny efekt grawitacyjny oddziałujący na  $j$ -ty region, ponadto  $\alpha$  i  $\beta$  oznaczają elastyczności wydajności pracy (kolejno) względem kapitału na pracującego i łącznego efektu grawitacyjnego.

Indywidualne efekty grawitacyjne, łączące region  $j$ -ty z regionem  $m$ -tym, opisują równania:

$$\forall j, m \in G \wedge m \neq j \quad g_{jm}(t) = \frac{k_j(t)k_m(t)}{d_{jm}^2}, d_{jm} > 0, \quad (2)$$

gdzie:  $d_{jm}$  to odległość łącząca stolicę regionu  $j$ -tego ze stolicą regionu  $m$ -tego.

Łączne efekty grawitacyjne w regionie  $j$ -tym, stanowią średnią geometryczną z indywidualnych efektów grawitacyjnych, czyli:

$$\forall j \in G \quad g_j(t) = \sqrt[N-1]{\prod_{m \in G \wedge m \neq j} g_{jm}(t)}. \quad (3)$$

Równania przyrostów kapitału na pracującego (podobnie jak w modelu Solowa) w każdym z regionów dane są wzorami<sup>6</sup>:

$$\forall j \in G \quad \dot{k}_j(t) = s_j y_j(t) - \mu_j k_j(t), \quad s_j \in (0,1) \wedge \mu_j > 0, \quad (4)$$

gdzie:  $s_j$  to stopa inwestycji w  $j$ -tym regionie, a  $\mu_j$  – stopa ubytku kapitału na pracującego w  $j$ -tym regionie rozumiana jako suma stopy deprecjacji kapitału i stopy wzrostu liczby pracujących.

Powyższe założenia można sprowadzić do następującego układu równań różniczkowych<sup>7</sup>:

$$\forall j \in G \quad \dot{k}_j(t) = \frac{s_j \alpha_j}{d_j^{2\beta}} \prod_{m \in G \wedge m \neq j} (k_m(t))^{\frac{\beta}{N-1}} (k_j(t))^{\alpha+\beta} - \mu_j k_j(t), \quad (5)$$

gdzie  $d_j = \sqrt[N-1]{\prod_{m \in G \wedge m \neq j} d_{jm}}$ , czyli oznacza średnią geometryczną z odległości stolicy  $j$ -tego regionu od stolic pozostałych regionów.

Układ równań (5) posiada nietrywialny, asymptotycznie stabilny punkt stacjonarny, który w teorii ekonomii nazywany jest punktem długookresowej równowagi modelu. W punkcie tym zachodzą następujące związki:

$$\forall j \in G \quad \ln k_j^* = \frac{\frac{\beta}{(N-1)(1-\alpha-2\beta)} \sum_{m \in G} \ln \left( \frac{s_m \alpha_m}{\mu_m d_m^{2\beta}} \right) + \ln \left( \frac{s_j \alpha_j}{\mu_j d_j^{2\beta}} \right)}{1 - \alpha - \frac{N-2}{N-1} \beta}, \quad (6)$$

*Empirics of Economic Growth*, Quarterly Journal of Economics 1992, May; S. Roszkowska, *Kapitał ludzki a wzrost gospodarczy*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź 2013.

<sup>6</sup> Por. R. Solow, *A Contribution to the Theory of Economic Growth*, Quarterly Journal of Economics 1956, February; R. Solow, *Technical Change and the Aggregate Production Function*, Review of Economics and Statistics 1957, August.

<sup>7</sup> K. Mroczek, T. Tokarski, M. Trojak, *Grawitacyjny model zróżnicowania rozwoju ekonomicznego województw*, Gospodarka Narodowa 2014 nr 3, s. 12-18.

$$\forall j \in G \quad \ln y_j^* = \ln \frac{a_j}{d_j^{2\beta}} + \frac{\alpha + \frac{N-2}{N-1}\beta}{1 - \alpha - \frac{N-2}{N-1}\beta} \ln \frac{s_j a_j}{\mu_j d_j^{2\beta}} + \frac{\beta}{(N-1)(1-\alpha-2\beta) \left(1 - \alpha - \frac{N-2}{N-1}\beta\right)} \sum_{m \in G} \ln \frac{s_m a_m}{\mu_m d_m^{2\beta}}. \quad (7)$$

Z równań (6) oraz (7) wynika, że w warunkach długookresowej równowagi analizowanego modelu wzrost kapitału i produkcja na pracującego w danym regionie są tym wyższe: im wyższa jest stopa inwestycji  $s_j$  oraz im niższa jest stopa ubytku kapitału na pracującego  $\mu_j$  w tym regionie; im bardziej centralnie położony jest dany region, czyli im niższa jest średnia geometryczna z odległości  $d_{jm}$ , im wyższa jest średnia geometryczna  $\sqrt[N-1]{\prod_{m \in G \wedge m \neq j} s_m}$  ze stóp inwestycji w pozostałych regionach oraz im niższa jest średnia geometryczna  $\sqrt[N-1]{\prod_{m \in G \wedge m \neq j} \mu_m}$  ze stóp ubytku kapitału na pracującego w tych regionach; im wyższe są efekty indywidualne charakteryzujące region  $j$ -ty  $a_j$ , a także im wyższa jest średnia geometryczna z efektów indywidualnych  $\sqrt[N-1]{\prod_{m \in G \wedge m \neq j} a_m}$  w pozostałych regionach<sup>8</sup>.

### Kalibracja parametrów modelu

W celu skalibrowania parametrów grawitacyjnego modelu wzrostu gospodarczego oszacowano współczynniki następującego równania:

$$\ln y_{jt} = \ln A + \gamma \ln g_{jt}^z + \beta \ln g_{jt}^k + \alpha \ln k_{jt}, \quad (8)$$

gdzie:

$\ln y_{jt}$  oznacza logarytm naturalny z wydajności pracy w województwie  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, 16$ ) w roku  $t$  ( $t = 2000, 2001, \dots, 2014$ );  $\ln k_{jt}$  to logarytm naturalny z kapitału na pracującego w województwie  $j$  w roku  $t$ ;  $\ln g_{jt}^k$  oznacza logarytm naturalny z łącznych krajowych efektów grawitacyjnych w województwie  $j$  w roku  $t$ <sup>9</sup>;  $\ln g_{jt}^z$

<sup>8</sup> Por. K. Filipowicz, T. Tokarski, *Podstawowe modele wzrostu gospodarczego w teorii ekonomii*, [w:] *Zróżnicowanie rozwoju współczesnej Europy*, A. Nowosad, R. Wisła (red.), Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków 2016 oraz K. Mroczek, T. Tokarski, M. Trojak, *Grawitacyjny model zróżnicowania rozwoju ekonomicznego województw*, „Gospodarka Narodowa” 2014, nr 3.

<sup>9</sup> Do obliczenia krajowych efekty grawitacyjne wykorzystano równania (2) i (3).

to logarytm naturalny z zagranicznych efektów grawitacyjnych w województwie  $j$  w roku  $t^{10}$ ; ponadto parametry  $\alpha, \beta, \gamma$  to kolejno elastyczności wydajności pracy względem kapitału na pracującego, krajowych efektów grawitacyjnych oraz zagranicznych efektów grawitacyjnych.

Do równania (8) nie wprowadzono zmiennych zero jedynkowych, gdyż estymując parametry równań:  $\ln g_{jt}^k = A + FE$  oraz  $\ln g_{jt}^z = A + FE$  (gdzie  $A$  to dowolna stała, a  $FE$  oznacza efekty indywidualne – *fixed effect*) okazało się, że zmienne zero jedynkowe dla kolejnych województw aż w 78,2% objaśniały zróżnicowanie logarytmów naturalnych z łącznych krajowych efektów grawitacyjnych oraz w 99,5% zróżnicowanie logarytmów naturalnych z zagranicznych efektów grawitacyjnych. Zatem występuje silna współliniowość pomiędzy analizowanymi efektami grawitacyjnymi a efektami indywidualnymi. Wynika to stąd, że efekty grawitacyjne są znacznie silniej zróżnicowane w przestrzeni geograficznej, niż w czasie.

Oszacowane metodą najmniejszych kwadratów (MNK) oraz uogólnioną metodą momentów (UMM) parametry równania (8) zaprezentowano w tabeli 1.

Z oszacowań zebranych w tabeli 1 wynika, że wszystkie oszacowane elastyczności były istotne statystycznie na przynajmniej 1% poziomie istotności. Ponadto elastyczność wydajności pracy względem kapitału na pracującego, łącznych krajowych efektów grawitacyjnych oraz zagranicznych efektów grawitacyjnych wynosiła kolejno około 0,822-0,835, 0,129-0,132 oraz 0,0244-0,0229.

Tabela 1. Oszacowane parametry równania (8)

Zmienna objaśniająca	MNK	UMM
$\ln A$	0,3295* (1,6613)	0,2683* (1,2705)
$\gamma$	0,02441** (3,8497)	0,02288** (3,4716)
$\beta$	0,1293** (8,0034)	0,1316** (7,8619)
$\alpha$	0,8223** (21,7243)	0,8347** (20,7108)
Skor. $R^2$	0,8671	0,8607

W nawiasach pod oszacowaniami podano statystyki t-Studenta. \*\* oznaczono zmienne istotne statystycznie na 1% poziomie istotności, \* – na 10% poziomie. W oszacowaniach UMM zmiennymi instrumentalnymi są opóźnione o rok zmienna zależna i zmienne niezależne.

Źródło: Obliczenia własne.

<sup>10</sup> W związku z tym, że gospodarka niemiecka jest najważniejszym partnerem handlowym gospodarki polskiej upraszczająco przyjęto, że zagraniczne efekty grawitacyjne opisuje następujące równanie:  $g_{jt}^z = \frac{k_{Bt} k_{jt}}{d_{jB}^2}$ , gdzie  $d_{jB}$  oznacza odległość  $j$ -tego województwa od Berlina, a  $k_{Bt}$  wielkość kapitału na pracującego w Niemczech w roku  $t$ .

Z uwagi na to, że wartości oszacowanych parametrów równania (8) w obu zastosowanych metodach są zbliżone, w dalszych analizach wykorzystano parametry oszacowane MNK. W symulacjach numerycznych przyjęto następującą postać funkcji wydajności pracy:

$$y_{jt} = 1,390(g_{jt}^z)^{0,0244} (g_{jt}^k)^{0,129} (k_{jt})^{0,822} . \quad (9)$$

Ponadto przyjęto także, że stopa ubytku kapitału na pracującego w województwach równa jest 6%, a stopa wzrostu kapitału na pracującego w Niemczech będzie stała w czasie i równa 1,10% (co jest wartością średnią tej zmiennej dla gospodarki niemieckiej w latach 2000-2014). Wówczas grawitacyjny model wzrostu gospodarczego można rozwiązać numerycznie korzystając z następującego układu równań różnicowych:

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall j = 1, 2, \dots, 16 \quad y_{jt} = 1,390(g_{jt}^z)^{0,0244} (g_{jt}^k)^{0,129} (k_{jt})^{0,822} \\ \forall j = 1, 2, \dots, 16 \quad g_{jt} = \frac{k_{jt}^{15} \prod_{m=1, \wedge, m \neq j}^{16} k_{mt}}{d_j^2} \\ \forall j = 1, 2, \dots, 16 \quad \Delta k_{jt} = s_j y_{jt-1} - 0,06 k_{jt-1} \end{array} \right. .$$

### Wyniki symulacji numerycznych

Analizy symulacyjne przeprowadzono w oparciu o dwa scenariusze dotyczące kształtowania się stóp inwestycji w województwach. W pierwszym scenariuszu założono, że stopy inwestycji będą różne dla poszczególnych województw i będą kształtować się na poziomie średniej dla danego województwa za lata 2000-2014. W drugim scenariuszu przyjęto, że stopy inwestycji będą takie same dla wszystkich województw i równe średniej dla Polski za lata 2000-2014. Wyniki symulacji numerycznych zaprezentowano w tabelach 2 i 3 oraz na wykresach 1 i 2.

Zakładając pierwszy scenariusz kształtowania się stóp inwestycji, najwyższymi wartościami tej zmiennej cechowałoby się województwo mazowieckie (16,8%) oraz województwo dolnośląskie (15,8%), najniższymi województwa lubelskie (13,2%) i opolskie (13,1%, por. tabela 2). W przypadku tego scenariusza najszybciej wydajność pracy rosłaby w województwach łódzkim, mazowieckim oraz dolnośląskim (w roku 2050 byłaby ponad trzykrotnie wyższa niż w roku 2015). W województwach lubuskim, pomorskim, małopolskim i wielkopolskim wydajność pracy w roku 2050 byłaby wyższa o ponad 150% niż w roku 2015. Z kolei najwolniejszym wzrostem wydajności pracy cechowałyby się województwa podlaskie (wzrost o około 78% w roku 2050 w odniesieniu do roku 2015) oraz lubelskie (wzrost o około 67% w roku 2050 w stosunku do roku 2015).

Tabela 2. Wyniki symulacji (stopa inwestycji równa średniej stopie inwestycji w latach 2000-2014 w województwach)

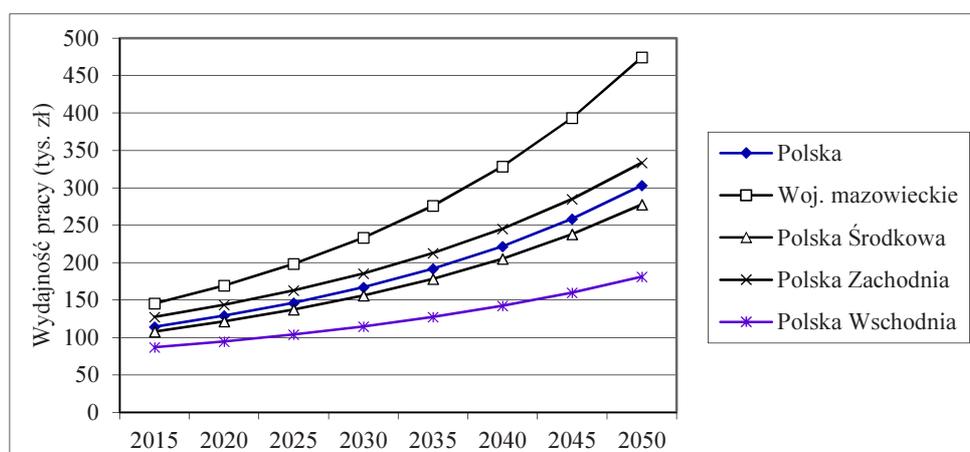
Województwo	s (w %)	Wydajność pracy (w tys. zł)							
		2015	2020	2025	2030	2035	2040	2045	2050
łódzkie	15,4	95,4	111,4	130,7	154,2	182,9	218,2	261,9	316,5
mazowieckie	16,3	145,5	169,4	198,3	233,4	276,1	328,6	393,6	474,4
dolnośląskie	15,8	135,3	156,8	182,5	213,6	251,4	297,6	354,5	425,0
lubuskie	15,4	119,1	134,9	153,5	175,6	202,0	233,8	272,4	319,3
pomorskie	15,6	110,2	124,8	142,0	162,5	187,0	216,4	252,1	295,5
małopolskie	14,7	102,7	115,5	130,6	148,4	169,6	194,9	225,5	262,7
wielkopolskie	14,5	126,2	141,7	159,9	181,4	206,9	237,4	274,2	318,7
podkarpackie	15,6	96,4	107,7	120,9	136,5	155,0	177,1	203,5	235,5
świętokrzyskie	13,7	85,0	93,9	104,3	116,4	130,7	147,6	167,7	191,9
kujawsko-pomorskie	13,7	104,6	115,4	128,0	142,8	160,2	180,7	205,2	234,6
warmińsko-mazurskie	14,5	97,7	107,8	119,6	133,4	149,6	168,8	191,7	219,1
śląskie	13,8	121,4	133,9	148,4	165,4	185,3	208,9	237,1	270,7
zachodniopomorskie	14,7	126,7	138,4	152,0	167,8	186,3	208,1	233,9	264,7
opolskie	13,1	119,8	130,1	141,9	155,8	171,9	190,8	213,2	239,7
podlaskie	14,5	89,1	95,2	102,2	110,3	119,7	130,7	143,6	158,9
lubelskie	13,2	74,2	78,5	83,4	89,2	95,9	103,7	112,8	123,5
Vs		0,179	0,195	0,213	0,234	0,256	0,279	0,303	0,328
max/min		1,960	2,159	2,377	2,617	2,880	3,170	3,489	3,841

Źródło: Obliczenia własne.

Porównując ze sobą rankingi województw z roku 2015 i z roku 2050 pierwsze dwie pozycje pozostałyby bez zmian. Nadal najwyższymi wartościami wydajności pracy cechowałyby się województwa mazowieckie oraz dolnośląskie. Wysoka pozycja tych dwóch województw w symulacjach wynika w głównej mierze z wysokich stóp inwestycji w owych województwach. Ponadto w rozważanym scenariuszu swoją pozycję w rankingu znacznie poprawiłyby województwa lubuskie (pozycja 7 w roku 2015, pozycja 3 w roku 2050) i łódzkie (pozycja 13 w roku 2015, pozycja 5 w roku 2050). Na przyczynę tak znacznego awansu tych dwóch województw składają się zarówno dosyć wysokie stopy inwestycji w tych województwach (na poziomie 15,4%), jak i wysoki poziom krajowych efektów grawitacyjnych w województwie łódzkim lub zagranicznych efektów grawitacyjnych w województwie lubuskim. Największy spadek pozycji w roku 2050 w odniesieniu do roku 2015 odnotowałyby województwa zachodniopomorskie (pozycja 3 w roku 2015, pozycja 8 w roku 2050), opolskie (pozycja 6 w roku 2015, pozycja 10 w roku 2050) i kujawsko-pomorskie (pozycja 9 w roku 2015, pozycja 12 w roku 2050).

W tabeli 2 zaprezentowano także kształtowanie się współczynników zmienności opartych na odchyleniu standardowym w analizowanych latach. Współczynnik ten w roku 2015 wynosi 17,9%, w roku 2030 już 23,4%, a w roku 2050 32,8%. Oznacza to, że przy założonym scenariuszu kształtowania się stóp inwestycji występowałby w województwach proces  $\sigma$ -dywergencji wydajności pracy. Ponadto w 2015 roku maksymalna wartość wydajności pracy jest niecałe dwa razy wyższa od wartości minimalnej, natomiast w roku 2050 wartość maksymalna analizowanej zmiennej byłaby już prawie cztery razy wyższa od wartości minimalnej. W obu przypadkach odnoszony jest poziom wydajności pracy w województwie mazowieckim do poziomu wydajności pracy w województwie lubelskim (por. tabela 2).

Na wykresie 1 zaprezentowano symulowane trajektorie wydajności pracy dla grup województw<sup>11</sup>. Przy założonym scenariuszu symulacyjnym dwie grupy województw rozwijałyby się w zbliżonym tempie tj. Polska Zachodnia oraz Polska Środkowa (pierwsza osiągnęłaby nieco wyższy poziom wydajności pracy w roku 2050). Grupy te oscylowałyby wokół wydajności pracy na poziomie zbliżonym do średniej dla Polski. Ponadto województwo mazowieckie, które już obecnie bardzo odstaje od pozostałych województw, jeszcze bardziej zwiększyłoby dystans do pozostałych grup. Natomiast województwa Polski Wschodniej (obecnie cechujące się zdecydowanie najniższym poziomem wydajności pracy), dodatkowo w analizowanym scenariuszu rozwijałyby się najwolniej – co doprowadziłoby do jeszcze większej peryferyzacji tej części Polski.



Wykres 1. Wyniki symulacji wydajności pracy (tys. zł) w grupach województw przy stopie inwestycji równej średniej stopie inwestycji w latach 2000-2014 w województwach

Źródło: obliczenia własne.

<sup>11</sup> W skład grupy Polska Wschodnia weszły województwa lubelskie, świętokrzyskie, podkarpackie, podlaskie i warmińsko-mazurskie. Województwa kujawsko-pomorskie, łódzkie, małopolskie, pomorskie i śląskie tworzyły grupę Polska Środkowa. Pozostałe województwa (bez województwa mazowieckiego) weszły w skład grupy Polska Zachodnia. Podział województw na takie grupy podyktowany był w głównej mierze ich położeniem geograficznym.

W drugim scenariuszu przyjmuje się założenie, że stopy inwestycji są takie same we wszystkich województwach i równe średniej stopie inwestycji w Polsce w latach 2000-2014 (tj. 14,9%). W przypadku takiego scenariusza najszybciej wydajność pracy rosłaby w województwie łódzkim (w roku 2050 byłaby ponad trzy razy wyższa niż w roku 2015). Wynika to stąd, że przy takich samych stopach inwestycji we wszystkich województwach odgrywają efekty grawitacyjne, a województwo łódzkie (ze względu na swoje centralne położenie geograficzne oraz sąsiedztwo najlepiej rozwiniętego w Polsce województwa mazowieckiego) cechuje się wysokim poziomem krajowych efektów grawitacyjnych<sup>12</sup>. O ponad 180% zwiększyłaby się także wydajność pracy w symulacjach w województwach świętokrzyskim, kujawsko-pomorskim, opolskim oraz śląskim. Z kolei w województwie podlaskim wydajność pracy w roku 2050 byłaby tylko o 93,8% wyższa niż w roku 2015.

Tabela 3. Wyniki symulacji (stopa inwestycji równa średniej stopie inwestycji w latach 2000-2014 w Polsce)

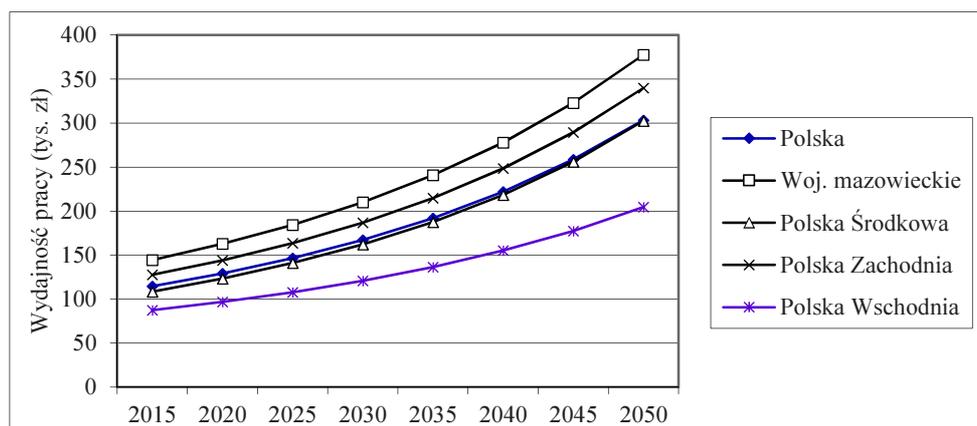
Województwa	s (w %)	Wydajność pracy (w tys. zł)							
		2015	2020	2025	2030	2035	2040	2045	2050
łódzkie	14,9	95,2	109,8	127,4	148,6	174,5	206,2	245,3	294,0
świętokrzyskie	14,9	85,6	97,7	112,2	129,5	150,5	176,0	207,2	245,8
kujawsko-pomorskie	14,9	105,2	120,1	137,8	159,1	184,7	215,9	254,1	301,2
opolskie	14,9	120,9	137,8	158,0	182,1	211,2	246,6	289,8	343,2
śląskie	14,9	122,2	139,1	159,1	183,2	212,2	247,3	290,3	343,3
wielkopolskie	14,9	126,6	143,9	164,5	189,2	218,9	254,9	298,9	353,0
dolnośląskie	14,9	134,7	152,8	174,2	199,8	230,6	267,8	313,2	369,0
małopolskie	14,9	102,8	116,6	132,8	152,3	175,6	203,8	238,3	280,5
mazowieckie	14,9	144,5	162,8	184,4	210,0	240,8	277,8	322,8	377,8
lubuskie	14,9	118,8	133,0	149,6	169,4	192,9	221,1	255,3	296,8
warmińsko-mazurskie	14,9	97,9	109,2	122,6	138,3	157,0	179,5	206,5	239,4
pomorskie	14,9	109,8	122,3	137,0	154,3	174,8	199,4	229,1	265,0
lubelskie	14,9	74,8	82,6	91,7	102,4	115,0	130,0	148,0	169,7
zachodniopomorskie	14,9	126,9	139,7	154,6	172,2	192,9	217,5	247,0	282,4
podkarpackie	14,9	96,1	105,8	117,1	130,3	146,0	164,6	186,9	213,7
podlaskie	14,9	89,3	96,4	104,6	114,2	125,4	138,6	154,3	173,0
Vs		0,176	0,181	0,187	0,193	0,201	0,209	0,218	0,227
max/min		1,931	1,970	2,011	2,052	2,094	2,137	2,181	2,225

Źródło: Obliczenia własne.

<sup>12</sup> Podobnie rzecz się ma z efektami grawitacyjnymi w województwie świętokrzyskim, które sąsiaduje z silnymi ekonomicznie województwami mazowieckim i śląskim oraz jest położone względnie blisko Krakowa i Łodzi.

Podobnie jak w pierwszym scenariuszu, na pierwszej i drugiej pozycji w rankingu województw w roku 2015 i w roku 2050 znalazłyby się województwa mazowieckie i dolnośląskie. Ponadto znaczny awans odnotowałyby województwa kujawsko-pomorskie (pozycja 9 w roku 2015, pozycja 6 w roku 2050), łódzkie (pozycja 13 w roku 2015, pozycja 8 w roku 2050) i świętokrzyskie (pozycja 15 w roku 2015, pozycja 12 w roku 2050). Z kolei województwa zachodniopomorskie (pozycja 3 w roku 2015, pozycja 9 w roku 2050) i pomorskie (pozycja 8 w roku 2015, pozycja 11 w roku 2050) odnotowałyby największy spadek w rankingu województw.

W rozważanym scenariuszu dotyczącym stóp inwestycji również występowałyby w województwach proces  $\sigma$ -dywergencji wydajności pracy. Współczynnik zmienności oparty na odchyleniu standardowym wzrósłby z 17,6% w roku 2015 do 22,7% w roku 2050. Należy podkreślić, że proces ten byłby znacznie słabszy niż w przypadku pierwszego scenariusza (z różnymi stopami inwestycji na poziomie średniej dla poszczególnych województw). Ponadto w roku 2015 najwyższa wartość wydajności pracy jest o około 1,9 razy wyższa od wartości najniższej, a w roku 2050 byłaby o 2,2 razy wyższa (co jest znacznie mniejszą dysproporcją niż w przypadku pierwszego analizowanego scenariusza, por. tabela 2 i 3).



Wykres 2. Wyniki symulacji wydajności pracy (tys. zł) w grupach województw przy stopie inwestycji równej średniej stopie inwestycji w latach 2000-2014 w Polsce  
Źródło: Obliczenia własne.

Na wykresie 2 zestawiono ścieżki wzrostu wydajności pracy dla grup województw w drugim scenariuszu stóp inwestycji. Z wykresu 2 można sformułować nieco inne wnioski, niż z wykresu 1. W przypadku rozważanego scenariusza województwo mazowieckie, Polska Środkowa oraz Polska Zachodnia rozwijałyby się w zbliżonym tempie i w roku 2050 wydajność pracy byłaby w tych grupach o ponad 2,6 razy wyższa niż w roku 2015. Zdecydowanie odstawałaby zaś grupa województw Polski Wschodniej (w grupie tej wydajność pracy w roku 2050 byłaby o około 2,3 razy wyższa niż w roku 2015). Warto jednak podkreślić, że w przypadku

drugiego scenariusza województwa Polski Wschodniej zwiększają dystans do pozostałych grup, jednak w roku 2050 i tak jest on mniejszy niż przy pierwszym scenariuszu rozwojowym.

### **Podsumowanie**

Grawitacyjny model wzrostu gospodarczego jest pewną modyfikacją modelu Solowa. Założenia tego modelu są rozszerzeniem założeń modelu Solowa o czynnik, jakim jest przestrzeń i występujące w niej oddziaływania pomiędzy obiektami. W modelu zakłada się, że na zróżnicowanie wydajności pracy w danym regionie, wpływa łączny efekt grawitacyjny (definiowany jako średnia geometryczna z indywidualnych efektów grawitacyjnych). Ponadto siła wzajemnego oddziaływania pomiędzy dwoma regionami (nazywana indywidualnym efektem grawitacyjnym) jest pewną funkcją zasobów kapitału na pracującego zakumulowanych w tych regionach oraz odległości między nimi. Przyjmuje się także, że im wyższy jest iloczyn zasobów kapitału na pracującego tych regionów oraz im bliżej są one położone względem siebie, tym silniej na siebie oddziałują.

W opracowaniu skalibrowano parametry grawitacyjnego modelu wzrostu gospodarczego wykorzystując historyczne dane z lat 2000-2014 dotyczące kapitału na pracującego, wydajności pracy oraz krajowych i zagranicznych efektów grawitacyjnych. W symulacjach numerycznych przyjęto, że elastyczność wydajności pracy względem kapitału na pracującego, krajowych i zagranicznych efektów grawitacyjnych wynosiła kolejno 0,822, 0,129 oraz 0,0244. Założono także, że stopa ubytku kapitału na pracującego równa jest 6%, a stopa wzrostu kapitału na pracującego w Niemczech będzie stała w czasie i równa 1,10% (co jest wartością średnią dla tej zmiennej dla gospodarki niemieckiej w latach 2000-2014).

W analizach numerycznych rozważano dwa scenariusze kształtowania się stóp inwestycji w kolejnych latach. W pierwszym scenariuszu założono, że stopy inwestycji będą równe średniej stopie inwestycji w latach 2000-2014 dla danego województwa. W drugim scenariuszu przyjęto, że stopy inwestycji będą takie same dla wszystkich województw i równe średniej dla gospodarki polskiej w latach 2000-2014 (czyli 14,9%).

Niezależnie od przyjętego scenariusza dotyczącego kształtowania się stóp inwestycji w województwach występowałby proces dywergencji wydajności pracy w kolejnych latach. Proces ten byłby silniejszy w przypadku scenariusza pierwszego, czyli gdyby stopy inwestycji pozostały na poziomie średniej z lat 2000-2014 dla poszczególnych województw. Ponadto bez względu na przyjęty scenariusz województwa mazowieckie i dolnośląskie znajdowałyby się na dwóch najwyższych pozycjach w rankingu województw w 2050 roku, a województwo lubelskie na pozycji ostatniej.

W pierwszym i drugim scenariuszu województwa Polski Wschodniej zwiększałyby swój dystans do pozostałych grup województw i stawałyby się jeszcze bardziej peryferyjne. Stopy inwestycji, ze względu na peryferyjne położenie tych regionów oraz niski poziom kapitału na pracującego, powinny być wyższe w tej grupie

w porównaniu z innymi województwami (jednak w rzeczywistości tak nie jest, co pokazuje pierwszy scenariusz symulacyjny).

Przyjmując założenie, że stopy inwestycji w kolejnych latach będą takie same we wszystkich województwach okazuje się, iż zyskują (na tle innych województw) na takiej strukturze przestrzennej stóp inwestycji województwa cechujące się wyższymi krajowymi efektami grawitacyjnymi, tracą zaś województwa położone peryferyjnie.

## **Bibliografia**

- Filipowicz K., Tokarski T., *Podstawowe modele wzrostu gospodarczego w teorii ekonomii*, [w:] *Zróżnicowanie rozwoju współczesnej Europy*, A. Nowosad, R. Wisła (red.), Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków 2016.
- Lucas R., *On the mechanics of economic development*, „Journal of Monetary Economics” 1988, vol. 22.
- Malaga K., Kliber P., *Konwergencja i nierówności regionalne w Polsce w świetle neoklasycznych modeli wzrostu*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań 2007.
- Mankiw G., Romer D., Weil D., *A Contribution to the Empirics of Economic Growth*, „Quarterly Journal of Economics” 1992, May.
- Mroczek K., Tokarski T., Trojak M., *Grawitacyjny model zróżnicowania rozwoju ekonomicznego województw*, „Gospodarka Narodowa” 2014, nr 3.
- Mroczek K., Tokarski T., *Efekt grawitacyjny i techniczne uzbrojenie pracy a zróżnicowanie wydajności pracy w krajach UE*, *Studia Prawno-Ekonomiczne* 2014, tom XCIII.
- Ponsard C., *Ekonomiczna analiza przestrzenna*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań 1992.
- Solow R., *A Contribution to the Theory of Economic Growth*, „Quarterly Journal of Economics” 1956, February.
- Solow R., *Technical Change and the Aggregate Production Function*, „Review of Economics and Statistics” 1957, August.
- Roszkowska S., *Kapitał ludzki a wzrost gospodarczy*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź 2013.

## **Abstract**

### **Possible trajectories of economic development of voivodships – simulation analyzes based on gravity model of economic growth**

The paper presents the calibrated parameters of the gravity model of economic growth for Polish voivodships in the years 2000-2014. Based on the calibrated parameters of the model, numerical simulations were performed. This simulations let designated the trajectory of economic development of the voivodships. In numerical analyzes, two scenarios for the structure of investment rates were considered in the subsequent years. In the first it is assumed that the investment rates would equal the average investment rate in the years 2000-2014 for the voivodship. In the second, it is assumed that the investment rates will be the same for all voivodships (equal to the average for the Polish economy in 2000-2014, i.e. 14.9%). Regardless of the scenario, there would be a divergence of labor productivity in subsequent years. This process would be stronger in the case of the first scenario.

**Keywords:** regional diversity, gravity model of economic growth, labor productivity