Studia i Materiały. Miscellanea Oeconomicae
Rok 13, Nr 1/2009
Wydział Zarządzania i Administracji
Uniwersytetu Humanistyczno – Przyrodniczego Jana Kochanowskiego w Kielcach

**Gospodarowanie zasobami organizacji
w warunkach zagrożeń otoczenia**

Antoni T. Klecha[1]

MODELE RÓWNOWAGOWE I NIERÓWNOWAGOWE W OPISIE PROCESÓW EKONOMICZNYCH

Streszczenie

W pracy są analizowane stany nierównowagowe i równowagowe w ekonomii oraz bada się matematyczna złożoność w prostych modelach ekonomicznych.

Wstęp

W pracach: T. A. Klecha, *O istocie kapitału,* Miscellanea Oeconomicae nr 2, Kielce 2006, T. A. Klecha, *Teorie wymiany w ekonomii*, Księga jubileuszowa prof. T. Stanisza, AE Kraków, Kraków 2006, T. A. Klecha, *Truesdellowski model kapitału i pieniądza. Informacja ekonomiczno – finansowa jako podstawa zarządzania podmiotami gospodarczymi,* WSBiF, Bielsko 2006, K. Huang, *Mechanika statystyczna,* PWN, Warszawa 1978, H. G. Schuster, *Chaos deterministyczny,* PWN, Warszawa 1995 sformułowano podstawowe pojęcia potrzebne nam do rozważań w prezentowanej pracy takie jak: układ termodynamiczny, temperatura, parametry termodynamiczne, stan termodynamiczny, proces termodynamiczny, stan układu w ekonomii, równowaga termodynamiczna, równowaga ekonomiczna, stan równowagi termodynamicznej, stan równowagi ekonomicznej, stan niepełnej lokalnej równowagi, entropia, wielkości intensywne[2], ekstensywne, ekonostat, termostat, potencjały termodynamiczne, potencjały ekonomiczne, przestrzeń fazowa, układy

[1] dr Antoni T. Klecha, Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie.

[2] *Jeżeli układ znajdujący się w stanie równowagi termodynamicznej (ekonomicznej) podzielimy na* $\boldsymbol{n}$ *części o równych objętościach, to objętość* $\boldsymbol{V}$, *masa* $\boldsymbol{M}$, *energia* $\boldsymbol{E}$, *entropia* $\boldsymbol{S}$ *każdej części będą* $\boldsymbol{n}$ *razy mniejsze niż te wielkości dla całego układu. Takie wielkości nazywamy ekstensywnymi. Temperatura* $\boldsymbol{T}$, *ciśnienie* $\boldsymbol{P}$, *gęstość* $\boldsymbol{\rho=V/M}$, *potencjał chemiczny* $\boldsymbol{\mu}$ *to zmienne intensywne. W ekonomii wielkości* $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B_i}$, $\boldsymbol{C_j}$ *entropii* $\boldsymbol{S}$ *są ekstensywne; ceny* $\boldsymbol{P_i}$, $\boldsymbol{I_j}$, $\boldsymbol{K_l}$ *są intensywne.*

zachowawcze (element objętości w przestrzeni fazowej zmienia w czasie kształt, ale zachowuje objętość), układy dyssypatywne (objętość fazowa maleje w czasie) renormalizacja[3], proces różniczkowalny, skończenie wymiarowy; strumień fazowy[4].

W pracach: T. A. Klecha, *O naprężeniach kapitału,* Studia i prace Wydawnictw Naukowych i Zarządzenia, 11, 2008 (195-207), Szczecin 2008, T. A. Klecha, *Teorie wymiany w ekonomii,* Księga jubileuszowa prof. T. Stanisza, AE Kraków, Kraków 2006, T. A. Klecha, *Truesdellowski model kapitału i pieniądza II,* Informacja ekonomiczno finansowa, WSBiF, Bielsko 2007 pokazano że wartość, entropia objętościowa i powierzchniowa są pojęciami, które mają sens tylko w równowadze. Zatem, jeśli układ nie jest w stanie równowagi ekonomicznej to nie można określić w nim ani wartości, ani entropii objętościowej lub powierzchniowej. Inspiracją jest tutaj fakt iż w termodynamice tylko w równowadze termodynamicznej mają sens temperatura[5] i entropia.

Max Planck sformułował w swojej pracy habilitacyjnej[6] w 1880 roku zerową zasadę termodynamiki, z której to wynika, że tylko w stanach równowagi ma sens temperatura czy entropia. Wykazał ich istnienie oraz podał sposób jak mierzyć te obiekty. W niniejszej pracy sformułowane są 4 zasady termodynamiki zaadoptowane do ekonomii[7]. Wykazano, że kapitał (cząstki kapitału) przemieszczają się z miejsc o małej koncentracji kapitału do obszarów o dużej koncentracji kapitału. Odbywa się to dzięki energii „ekonomicznej" jaką ma kapitał, czyli w kierunku przeciwnym do tego w którym poruszałby się kapitał pod nieobecność aktywnych mechanizmów transportu kapitału. W fizyce występują podobne sytuacje:

---

[3] J. J. Biney i inni, *Zjawiska krytyczne,* PWN, Warszawa 1998.

[4] V. Arnold, *Równania różniczkowe zwyczajne,* PWN, Warszawa 1975.

[5] *Jeżeli układ znajdujący się w stanie równowagi termodynamicznej (ekonomicznej) podzielimy na* ***n*** *części o równych objętościach, to objętość* ***V****, masa* ***M****, energia* ***E****, entropia* ***S*** *każdej części będą* ***n*** *razy mniejsze niż te wielkości dla całego układu. Takie wielkości nazywamy ekstensywnymi. Temperatura* ***T****, ciśnienie* ***P****, gęstość* $\boldsymbol{\rho=V/M}$*, potencjał chemiczny* $\boldsymbol{\mu}$ *to zmienne intensywne. W ekonomii wielkości* $\boldsymbol{A}$*,* $\boldsymbol{B_i}$*,* $\boldsymbol{C_j}$ *entropii* ***S*** *są ekstensywne; ceny* $\boldsymbol{P_i}$*,* $\boldsymbol{I_j}$*,* $\boldsymbol{K_l}$ *są intensywne. Temperatura (*Encyklopedia fizyki*,* PWN, Warszawa 1974)*, to wartość termodynamiczna charakteryzująca stan równowagi termodynamicznego układu makroskopowego. Temperatura jest jednakowa dla wszystkich części układu izolowanego znajdującego się w stanie równowagi termodynamicznej. W układach nie będących w stanie równowagi energia przechodzi od ciała o wyższej temperaturze do ciała o niższej temperaturze. Najogólniej można określić temperaturę jako wielkość odwrotną pochodnej entropii* ***S*** *układu względem jego energii, to znaczy:*

Jeżeli entropie określa się jako logarytm wagi statystycznej, to jest ona bezwymiarowa , zaś temperatura ma wymiar energii. W klasycznej mechanice statystycznej (K. Huang, *Mechanika statystyczna,* PWN, Warszawa 1978, A. Anselm, *Podstawy fizyki statystycznej i termodynamiki,* PWN, Warszawa 1984, L. D. Landau, E. M. Lifszyc, *Fizyka statystyczna I, II,* Warszawa 1978) *temperatura bezwzględna jest identyczna z temperaturą statystyczną występującą w rozkładzie kanonicznym Gibbsa. Z rozkładu kanonicznego Gibbsa wynika, że dla ciągłego i nieograniczonego od góry, widma energii temperatura bezwzględna jest wielkością dodatnią. Pojęcie temperatury stosowane jest na ogół w wypadku układów znajdujących się w stanie równowagi, można posłużyć się nim również przy określaniu stanów niepełnej lokalnej.*

[6] M. Planck, *Gluchgewichtsmstande isotroper Kŏrper in werschiedenen temperaturen,* Th. Ackermann, Műnchen 1880, M. Planck, *Vorlesungen űber Thermodynamic,* Berlin 1897.

[7] R. Penrose, *Droga do rzeczywistości,* Prószyński i Spółka, Warszawa 2004.

a) na przykład niektóre silniki molekularne są poruszane różnicą koncentracji protonów czy różnicą temperatur[8].

b) dzięki energii chemicznej jony przemieszczają się kanałami w ściance komórki z miejsc o małej koncentracji do obszaru o dużej koncentracji – czyli w kierunku przeciwnym do tego w którym poruszałyby się pod nieobecność aktywnych mechanizmów transportu. Fluktuacje energii chemicznej mają taki sam wpływ na prace silnika molekularnego jak losowa zmienność porcji paliwa pod tłokiem na prace silnika samochodowego.

Identyczna sytuacja jest obserwowana przy przepływach kapitałowych. W związku z kreacją dużej ilości pustego pieniądza w USA, przepływy tego kapitału charakteryzowały się bardzo dużą liczbą Reynoldsa. Aby obniżyć ten bezwymiarowy wskaźnik (parametr kontrolny) należy moim zdaniem upaństwowić banki charakteryzujące się ogromną liczbą Reynoldsa lub oprocentować przepływy spekulacyjne po to, aby mieć do czynienia z układem, w którym będzie pojawiać się tarcie (lepkość dynamiczna) albo wręcz pozwolić na bankructwo układów finansowych. Nieliniowość modeli, która pojawia się w tego typu sytuacjach powoduje, że podobnie jak w prognozach pogody mamy dużo nieprzewidywalnych sytuacji i zachowań. Na przykład prognoza ekonometryczna spełnia się tylko dla krótkotrwałych prognoz natomiast nie sprawdzają się w innych przypadkach: dla prognoz długoterminowych i średnioterminowych. Nieliniowość stanów powoduje że tylko nierównowagowa ekonomia,, analogicznie do termodynamiki nierównowagowej ma w takich sytuacjach sens i zastosowanie. Układy nierównowagowe[9] mają dużo właściwości niewyjaśnionych przez klasyczną termodynamikę (ekonomia równowagi). Weźmy przykłady:

a) toster elektryczny. Z drugiej zasady termodynamiki (DZT) wynika, że proces jest nieodwracalny. Ale w przypadku gdy umieścimy dwa końce przewodu w tosterze w rożnej temperaturze wytwarza się nierównowagowy stan układu, co pozwala uzyskać przepływ prądu elektrycznego i wytworzyć energię elektryczną. Podobnie wygląda działanie termopary czy osmozy. Nawet pozornie „małe" układy (fizyczne, ekonomiczne także) zawierają bardzo dużą ilość cząstek (w ekonomii cząstek kapitału), także zdarzenia, a zwłaszcza ich prędkości szybko przyjmuj wartość średniej, która podlega małym fluktuacjom lub wcale. Pojedyncze zdarzenia są nieprzewidywalne lecz obserwacja wiele wykazuje regularności. Na przykład cząstki cieczy lub kapitału podlegają niewielkim fluktuacjom. W przypadku gdy przepływ płynu (kapitału) jest turbulentny wewnętrzne naprężenia (diwergencja tensora naprężeń) w płynie lub dla kapitału są zwykle proporcjonalne do gradientu temperatury, a dla przepływów kapitałowych gradientu wartości $\mathbf{w}(x_1,x_2,x_3;t)$.

---

[8] J. M. Rubi, J. M. G. Vilar, *The mesoscopic Dynamics of Thermodynamic Systems,* http://arxiv.org/abs/cond-mat/0511651, S. Kjelstrup, J. M. Rubi, D. Bedeaux, *Active Transporti A. Kinetic Description Based on Thermodynamic Ground*, http://avxiv.org/abs/conol-mat/0412493, J. M. G. Vilar, J. M. Rubi, *Termodynamics „beyond" Local Equilibrum,* http://arxiv.org/abs/conol-mat/0110614.

[9] S. R. Groot, P. Mazur, *Nonequilibrum Thermodynamics,* Dover 1984.

W takich układach, w takich przypadkach obowiązuje sformułowana przez Onsagera nierównowagowa teoria wzajemności. Wiele problemów w ekonomii można uniknąć gdyby patrzeć na te procesy z innej perspektywy. Na przykład gwałtowność procesów na rynkach finansowych zależy od skali czasu w jakiej ją badamy. Gdy procesy te obserwujemy klatka po klatce, zmiany nie są takie gwałtowne.

Pośrednie stadia realizacji tych gwałtownych procesów wykorzystuje się do opisu wprowadzając pewne parametry kontrolne. Sterowanie nimi pozwala na to, żeby układy te były w lokalnej równowadze. Za pomocą tych regulatorów można badać energie takich układów; można znaleźć się w chaosie, aby pod wpływem regulacji tych zmiennych (regulatorów) znaleźć się na krzywej wzrostu, różnorodności i złożoności.

Lars Onsager otrzymał w 1968r nagrodę Nobla za sformułowanie relacji wzajemności. Otóż układy nierównowagowe w chemii, fizyce czy tez ekonomii, mają wiele własności niewyjaśnionych przez termodynamikę klasyczną (Clausiusa, Boltzmana, Plancka), które przeczą tezie, że przyroda dąży do nieograniczonej entropii, czyli do zwiększenia się nieuporządkowania. Istnieją zjawiska, jak działanie tostera, termopary czy zjawisko osmozy, w których zachodzą zjawiska wzajemności. Odkrycie tego zjawiska spowodowało nowe spojrzenie i nowe tezy, na przykład: układy nierównowagowe mogą być w wysokim stopniu uporządkowane, a regularność i symetria mogą charakteryzować takie układy. Wzajemna symetria tych procesów skłania do tezy, że zjawiska te są odwracalne, a nieodwracalność zachodzi tylko na poziomie makroskopowym. A więc regularność, symetria, obszary lokalnej równowagi, mogą charakteryzować układy dalekie od równowagi.

Entropia w ekonomii

A) Zerowa Zasada Termodynamiki (ZZT) i Zerowa Zasada Termodynamiki w Ekonomii (ZZTE)[10]

Gdy zetkniemy ze sobą ciała **A** i **B** bez umieszczania między nimi ścianki izolującej, to ciała te po pewnym czasie znajdą się w równowadze termodynamicznej. Wiemy, że ich temperatury[18] są takie same, ale jeżeli żadne z nich nie jest termometrem, to nie jesteśmy wstanie określić tej temperatury. Dopiero po wprowadzeniu ciała **C**, które jest termometrem można zmierzyć tę temperaturę. Po ustaleniu się równowagi ciało **A** i termometr **C** mają taka sama temperaturę, niech wynosi ona $\mathbf{T_A}$**.** Jeśli termometr **C** zetkniemy z ciałem **B**, to ustali się po pewnym czasie temperatura $\mathbf{T_B}$**.** Załóżmy, że $\mathbf{T_A = T_B}$, wtedy można stwierdzić, że ciała **A** i **B** są w równowadze termodynamicznej, mimo że nie ma bezpośredniego kontaktu tych ciał. Planck w swej pracy habilitacyjnej „stany równowagi ciał izotropowych przy różnych temperaturach" 1880 sformułował zerową zasadę termodynamiki (ZZT):

„Jeżeli ciało A jest w równowadze termodynamicznej z ciałem C i równocześnie ciało B jest w równowadze termodynamicznej z ciałem C, to ciała A i B są w równowadze termodynamicznej ze sobą"

[10] J. Salach, *Termodynamika,* Zamiast korepetycji..., Kraków 1999.

Z zasady tej wynika istnienie temperatury i nadaje sens pomiarowi temperatury. A więc temperatura, entropia mają sens tylko w równowadze termodynamicznej (odpowiednio – ekonomicznej).

Podobnie w ekonomii: zerowa zasada termodynamiki w ekonomii (ZZTE) brzmi:

„Jeżeli dwa układy ekonomiczne znajdują się w stanie równowagi ekonomicznej z trzecim, to muszą znajdować się w równowadze względem siebie."

Z (ZZTE) wynika istnienie wartości $\mathbf{w}(x_1, x_2, x_3; t)$ oraz możliwość mierzenia jej. Problematyką mierzenia zajmuje się rachunkowość. Wartość ekonomiczna ma sens tylko w stanach równowagi,. Podobnie entropia ekonomiczna typu objętościowego i powierzchniowego Reasumując: Podobnie jak w termodynamice można sformułować (ZZTE), z której wynika, że istnieje wartość ekonomiczna, którą można mierzyć oraz to, że wartość i entropia mają sens tylko w stanie równowagi.

B) Entropia typu objętościowego i powierzchniowego w ekonomii.

Przez prosty układ ekonomiczny $\chi \subset \theta$ (ekonostat θ) będziemy rozumieć: indywiduum, powiat, rejon, Polskę, gminę, województwo, czy też gospodarstwo rodzinne. Każdemu takiemu układowi przyporządkujemy entropie **S,** która ma inny charakter niż entropia w sensie Shanona lub Kołmogorowa.

Funkcja entropii **S** całkowicie opisuje strukturę i własności układu χ**.** Funkcja **S** zależy od ekstensywnych zmiennych $\mathbf{A, B_i, C_j, D_l}$ gdzie:

A - oznacza sumaryczną ilość pieniędzy liczoną w ustalonych jednostkach wartości,

$\mathbf{B_i}$ - ilość i-tego zasobu $(\mathbf{i = 1,2,...\kappa_1})$

$\mathbf{C_j}$ – ilość j-tego zasobu intelektualnego $(\mathbf{j = 1, 2,... \kappa_2})$

$\mathbf{D_l}$ – ilość l-tego zasobu etycznego $(\mathbf{l = 1, 2,...\kappa_3})$

I. Zakładamy, że **S** jest funkcją

a) klasy $\mathbf{C^2}$**,** jednorodną pierwszego rzędu, oddzielnie dla każdego argumentu;

b) funkcja **S** jest funkcją wypukłą zmiennych $\mathbf{A, B_i, C_j, D_l}$

c) funkcja **S**: $\mathbf{S \geq 0}$ i $\mathbf{S = 0 \Leftrightarrow A = B_i = C_j = D_l = 0}$

dla i,j $\mathbf{l \in \{1, 2, 3,...\kappa\}}$,

Wartość układu χ który jest energią ekonomiczną (jest to cena χ) wynosi:

(2.1) $$\mathbf{w(\chi) = A_0 + \Sigma p_i B_{io} + \Sigma I_j C_{jo} + \Sigma k_{lo} D_{l\ w\ t=t}}$$

gdzie: $\mathbf{P_i}$ – cena jednostkowa i-tego zasobu na rynku

$\mathbf{I_j}$ – cena jednostkowa j-go zasobu intelektualnego na rynku

$\mathbf{D_l}$ – cena jednostkowa l-tego zasobu etycznego na rynku

Zauważamy, że postulat I c) jest odpowiednikiem w ekonomii trzeciej zasady termodynamiki (TZTE)sformułowanej przez Plancka i Nernsta w 1907r.[11].

Kupując i sprzedając zasoby rzeczowe i intelektualne układ χ dąży do maksymalizacji entropii **S.** Żądamy przeto aby przy nieobecności ograniczeń na $\mathbf{A, B_i, C_j, D_l}$ funkcja entropii **S** przy danej wartości $\mathbf{w(\chi)}$ odpowiadającej stanowi równowagi względem zewnętrznego rynku (ekonostatu θ**)** osiągnęła maksimum. Zatem dla układu χ stawiamy problem ekstremum: przy zadanych cenach $\mathbf{P_i, I_j, K_l}$ oraz wartości $\mathbf{w(\chi)}$ mamy znaleźć maximum funkcji $\mathbf{S(A, B_i, C_j, D_l)}$ przy założe-

[11] P. Perzyna, *Termodynamika materiałów niesprężystych,* WNT, Warszawa 1978.

niu, że **S** spełnia warunki I_a, I_b, oraz I_c. Rozważania powyższe są bliskie II zasadzie termodynamiki (DZT) w ekonomii zaś (DZTE).

Uwaga: Analogicznie jak wprowadzono pole temperatury $\boldsymbol{\theta}(x_1, x_2, x_3;t)$ w przestrzeni $\mathbf{R}^3$ x **I, I**=<0,∞ można w czasoprzestrzeni newtonowskiej wprowadzić pole wartości $\mathbf{w}(x_1, x_2, x_3;t)$ i samą wartość. Zaburzenie tego pola powoduje przepływ kapitału[12].

W 1979 M. Planck podał definicje procesu odwracalnego. Proces jest odwracalny jeżeli w każdym stadium procesu można odwrócić kierunek jego przebiegu i wraz z otoczeniem powrócić do stanu początkowego układu i otoczenia. Istnieje kategoria procesów, które nie są odwracalne. Dzieli się je na:

a) **procesy dyssypatywne.** Zjawisko tarcia przy przepływie kapitału i pieniądza (lepkość dynamiczna, kinematyczna), w fizyce: histereza magnetyczna, opór elektryczny itp. W procesach dyssypatywnych może pojawić się też zjawisko chaosu deterministycznego.

b) **procesy relaksacji.** Są to procesy, w których układ nie będący w stanie równowagi termodynamicznej zdąża do niej spontanicznie (np. dyfuzje, proces wyrównywania temperatur itp).

Przyczynami nieodwracalności procesów termodynamicznych, jest dyssypacja pracy użytecznej, niestateczność procesów, bądź obydwie przyczyny naraz. Charakterystyczny jest fakt, iż w procesach tych zachodzi produkcja entropii typu objętościowego i powierzchniowego.

Wybitny ekonomista amerykański I Fischer na przełomie XIX i XX wieku badał istotę kapitału. Doktorat bronił u jednego z najwybitniejszych fizyków amerykańskich Gibbsa z problematyki wymiany w termodynamice. W 1926r.[13] Fischer sformułował tezę, że wartość jest tym czym energia w fizyce. Ponieważ wartość z jednej strony, a temperatura z drugiej strony zachowują się podobnie – są po prostu energiami. Z kolei zaś użyteczność[14] spełnia równanie Hamiltona więc jest energią. Dlatego do badania użyteczności mamy bardzo wygodne narzędzie jakim jest hamiltonian; jednakowoż układy ekonomiczne na ogół nie są hamiltonowskimi, chociaż są kanonicznymi. Podkreślmy raz jeszcze że układy dynamiki w ekonomii nie są hamiltonowskie lecz są układami kanonicznymi[15] więc nie stosuje się do nich formalizmu hamiltonowskiego. Rodzi to wśród ekonomistów pewne obawy. Nie są bowiem znane równania ruchu procesu. W ujęciu jakościowym: turbulencja i rynki są podobne. Kołmogorow w 1941r wykazał w badaniach nad turbulencją, że w granicy nieskończenie dużych liczb Reynoldsa średni kwadrat przyrostów prędkości spełnia:

$$<[\Delta V(l)]^2> \sim l^{2/3}$$

Uwagi o potencjałach termodynamicznych i ekonomicznych.

---

[12] *Encyklopedia fizyki,* PWN, Warszawa 1974.

[13] P. Mirowski, *From Mandelbrot to chaos in economics theory,* Southern Economics Journal 57, 1990, P. Mirowski, *More Heat than Light. Economics as Social Physics. Physics as Nature Ekonomics,* Cambridge University Press 1989.

[14] A. Arvid, *Lecture Notes in Economics and Mathematical System,* nr 31, Springer – Verlag.

[15] A. Arvid, *Lecture Notes in Economics and Mathematical System,* nr 31, Springer – Verlag.

Jeżeli rozważamy energię **E** jako funkcje zmiennych ekstensywnych **S, V, N,** gdzie:

S – entropia

V – objętość,

N – liczba cząstek,

to jej różniczkę zupełną otrzymamy, różniczkując względem wszystkich trzech zmiennych (w stanie równowagi). Mamy zatem:

$$\mathbf{dE = TdS - PdV + \mu dN} \qquad \mathbf{(3.1)}$$

gdzie μ potencjał chemiczny.

To samo można zrobić dla entropii i wtedy otrzymamy:

$$\mathbf{dS = 1/T\ dE + (P/T) - (\mu/T)\ dN} \qquad \mathbf{(3.2)}$$

Inne pary zmiennych, których iloczyn daje energię, to prędkość **v**, pęd **p**; prędkość kątowa μ i moment pędu **L;** pole elektryczne **E** i polaryzacja **P,** pole magnetyczne **B** i magnetyzacja **M.** Ogólnie:

$$\mathbf{dE = TdS - PdV + \mu\ dN + vdp + \mu\ dL + EdP + BdM} \qquad \mathbf{(3.3)}$$

Związki (3.1) są odpowiednikami postulatu: w układzie izolowanym energia jest zachowana. Wszystkie zmienne S, V, N, p, L, P i magnetyzacja M są zmiennymi ekstensywnymi. TdS jest ilością ciepła. Za pomocą transformacji Legendre'a podobnej do F = E – TS można stwierdzić, że różniczkę energii swobodnej F = E – TS wyraża wzór:

$$\mathbf{dF = -SdT - PdV + \mu\ dN.}$$

Zauważamy, że różniczka energii swobodnej F zależy od różniczek zmiennych intensywnych. Po zastosowaniu transformacji Legendre'a można zdefiniować wiele innych potencjałów termodynamicznych. Przykłady potencjałów termodynamicznych są następujące:

a) E – energia; dE = TdS – PdV + μ dN; zmienne S, V, N są naturalne;

b) F – energia swobodna, F = E – TS; dF = -SdT – PdT – PdV + μ dN; zmienne T, V, N są naturalne:

c) entalpia Z; Z = E + PV; dZ = TdS + VdP + μ dN; zmienne naturalne S, P, N itd.

Wszystkich potencjałów o trzech zmiennych naturalnych jest 2^3. Potencjał termodynamiczny to funkcja układu makroskopowych parametrów charakteryzująca stan termodynamiczny układu.

Podobnie definiuje się potencjał ekonomiczny. Jest on głównie wyczerpywany przez produkcje entropii H, zarówno objętościowej jak i powierzchniowej. Przy stałym E w stanie równowagi H osiąga maksymalna wartość. Przy stałym H w stanie równowagi E osiąga wartość minimalną. Przy stałym T w stanie równowagi F osiąga wartość minimalną.

Podstawową miarą zdolności układu termodynamicznego (ekonomicznego) do wykonania pracy jest jego potencjał termodynamiczny (ekonomiczny). Podobnie jak w chemii: Jeżeli N – oznacza liczby cząstek kapitału, **κ** - oznacza potencjał ekonomiczny to $\boldsymbol{\kappa}\, \mathbf{d\, N = dE}$, a więc iloczyn $\boldsymbol{\kappa}\mathbf{N}$ ma wymiar energii ekonomicznej. W ekonomii przykładem potencjału jest „obiekt" - funkcja wzrostu Cobba – Douglasa. Kapitał także ma zdolność do wykonywania pracy, a więc też jest pewnym potencjałem ekonomicznym. Równość Cobba – Douglasa: ma postać:

$\mathbf{Y = AL^{1-\alpha}\, NX^{\alpha}}$. Dla potencjału Cobba – Douglasa zmiennymi naturalnymi są A, L, N, X, oznaczające:

A – wskaźnik technologii,

L – zatrudnienie w produkcji dóbr finalnych

X – wielkość produkcji dóbr pośrednich

N – liczba dóbr pośrednich.

Trzeba też dodać, że entropia i energia wewnętrzna są zarówno w termodynamice jak i w ekonomii funkcjami stanu, a ciepło i kapitał – funkcjami procesu. Potencjału o 4 zmiennych naturalnych jest $2^4 = 16$.

Niektóre własności modeli ekonomicznej wymiany.

Łatwo udowodnić następujące własności sformułowane przez Prirogina, Lichnerowicza i Fischera.

w.1. Entropia maksymalizuje użyteczność

w.2. Ekonomiczna komórka χ nazywa się złożoną, jeżeli jest sumą komórek, na przykład

$\boldsymbol{\chi} = \mathbf{(E_1, E_2)}$ **oraz** $\boldsymbol{\chi} = \mathbf{E_1 + E_2}$.

Zmienne ekstensywne zachowują się w komórce χ: $\mathbf{A = A_1 + A_2}$, $\mathbf{B_i = B_i^{(1)} + B_i^{(2)}}$,

$\mathbf{C_j = C_j^{(1)} + C_j^{(2)}}$, $\mathbf{D_l = D_l^{(1)} + D_l^{(2)}}$ gdzie **i = 1,2...n; j = 1,2....k; l = 1,2...t.**

Suma funkcji entropii $\mathbf{S = S_1 (A_1, B_i^{(1)}, C_j^{(1)}, D_l^{(1)}) + S_2(A_2, B_i^{(2)}, C_j^{(2)}, D_l^{(2)})}$ jest ekstensywną.

w.3. Istnieją pewne osobliwe stany złożonych komórek (stany równowagi), które są pewnymi ekstensywnymi zmiennymi charakteryzującymi komórkę ekonomiczną złożoną.

w.4. Jeżeli złożona komórka ekonomiczna jest izolowana, to ekstensywne zmienne przyjmują takie wartości w których funkcja entropii osiąga maksimum i wartość ta jest osiągalna tylko w zbiorze stanów równowagi.

w.5. Każdy stan równowagi złożonej komórki $\chi = (E_1, E_2)$ optimum Pareto.

Zasady Termodynamiki w Ekonomii

Wedlug R. Penrose'a[16] druga zasada termodynamiki (DZT) brzmi: - Ciepło przepływa od ciała cieplejszego do zimniejszego. Zgodnie z prawem DZT jeśli połączymy ciało gorące z zimnym za pomocą przewodnika cieplnego to ciało gorące się ochładza a zimne ociepla osiągając równowagę (to przewiduje zasada predykcji)[17] i taka ewolucja jest w pełni deterministyczna. Odwrotnie odtwarzając ten

[16] R. Penrose, *Droga do rzeczywistości,* Prószyński i Spółka, Warszawa 2004.

[17] *retrodukcja – przewidywalna ewolucja w przeszłość,*
predykcja - przewidywalna ewolucja w przyszłość.

proces nie da się przewidzieć, które ciało było cieplejsze o ile i kiedy. W tym układzie proces dynamicznej retrodukcji jest niemożliwy. Druga zasada termodynamiki dla Kapitału (DZTE): **Entropia po przejściu jakiegoś procesu ekonomicznego ma większą wartość (a co najmniej nie mniejszą) niż przed owym procesem.**

Gradient wartości jest przyczyną przepływu kapitału. Przykłady:
a) zły pieniądz wypiera dobry pieniądz
b) zły robotnik będzie wypierał dobrego robotnika.

Pojecie, które będzie nam towarzyszyć to pierwsza zasada termodynamiki (PZT). Zasada ta stwierdza, że w układzie izolowanym energia całkowita jest zachowana (Carnot 1820). (PZT) explicite stwierdza, że ciało nie może tracić energii całkowitej, kiedy np. W wyniku oporu powietrza ciało zmniejsza prędkość i traci energie kinetyczną. Energia ta zmienia się w ciepło i zwiększa temperaturę ciała i otoczenia. Temperatura jest po prostu miarą energii przypadającej na jeden stopień swobody, a zatem termodynamiczne pojęcie ciepła i temperatury są w zasadzie tym samym[18]. Podobnie można powiedzieć to o wartości i kapitale. W prezentowanej pracy wartość ekonomiczna jest pojęciem pierwotnym (podobnie zakłada się niekiedy o temperaturze, że jest pojęciem pierwotnym). Wartość od czasu I. Fischera jest energią ekonomiczną.

Wprowadźmy teraz bardzo istotne pojęcie: przenoszenia (transportu). Procesy w których masa, energia, pęd są przenoszone z jednego obszaru do innego pod wpływem gradientu temperatury, prędkości, układu chemicznego nazywają się procesami przenoszenia (transportu). Niejednorodny stan jest warunkiem koniecznym zajścia procesów przenoszenia, dlatego są to nierównowagowe procesy. Z występowaniem gradientu układu, temperatury, prędkości są związane procesy dyfuzje, lepkość, przewodnictwo cieplne. Np. Przewodnictwo cieplne polega na przenoszeniu energii od obszaru materii o wyższej temperaturze do obszaru o niższej temperaturze.

Są trzy rodzaje przenoszenia ciepła:
a) przewodnictwo cieplne,
b) konwekcja cieplna,
c) promieniowanie ciepła.

Natomiast przewodnictwo kapitału to nic innego jak przenoszenie energii od miejsc o mniejszej koncentracji do miejsc o większej koncentracji kapitału.
Temperatura, entropia w termodynamice są zdefiniowane tylko w stanach równowagi (w równowadze termodynamicznej). Podobnie wartość i entropia w równowadze ekonomicznej. Wartość $\mathbf{w}(x_1, x_2, x_3, t)$ jest energią „ekonomiczną"
temperatura $\boldsymbol{\theta}$ (x_1, x_2, x_3, t) jest także energią

Istnieje teoria, że temperatura jest pojęciem pierwotnym, podobnie można powiedzieć o wartości. Wartość $\mathbf{w}$ i temperatura $\boldsymbol{\theta}$ są polami skalarnymi w odpowiednich przestrzeniach newtonowskich. Gradient temperatury jest przyczyną przepływu ciepła od ciała gorętszego do zimniejszego. Dzięki energii chemicznej

[18] R. Penrose, *Droga do rzeczywistości,* Prószyński i Spółka, Warszawa 2004, s. 660-661.

jony przemieszczają się kanałami w ściance komórek z miejsc o małej koncentracji do obszaru o dużej koncentracji, czyli w kierunku przeciwnym do tego w którym poruszałyby się pod nieobecność aktywnych mechanizmów transportu energii. Podobnie dzieje się przy przepływach kapitałowych. Dzięki energii „ekonomicznej" wywodzącej się z pracy ludzkiej, kapitał przepływa z miejsc o małej koncentracji do obszaru o dużej koncentracji, czyli w kierunku przeciwnym do tego, w którym poruszałby się pod nieobecność aktywnych mechanizmów transportu energii „ekonomicznej"

Hydrodynamiczny model kapitału[19]

W grudniu 2007 r autor wygłosił odczyt w krakowskim oddziale PAN p.t. „ truesdellowski model kapitału". Głównym założeniem było stwierdzenie że wartość **w**(x_1, x x_3;t) jest pojęciem pierwotnym, oraz generuje pewne skalarne pole w R^3 x I , I = < 0, +∞). Idąc za I.. Fischerem wartość jest odpowiednikiem temperatury i sama ma wymiar energii „ekonomicznej". Termodynamiczne pojęcie ciepła i temperatury są w zasadzie tym samym i podobnym do pojęcia wartości i kapitału. Podobnie jak w fizyce z występowaniem gradientu, układu, temperatury i prędkości są związane procesy takie jak lepkość, dyfuzja, przewodnictwo cieplne. Natomiast przewodnictwo kapitału polega na przenoszeniu energii od miejsc o mniejszej koncentracji do obszarów o dużej koncentracji czyli w kierunku przeciwnym do tego w którym poruszałby się pod nieobecność aktywnych mechanizmów transportu energii „ekonomicznej".

Koncentracja to ilość substancji przypadająca na jednostkę objętości tej substancji. Przyjęliśmy, że wartość jest określona w czasoprzestrzeni newtonowskiej. Okazuje się[20], że zawsze można znaleźć taki układ odniesienia, w którym przestrzeń jest jednorodna i izotropowa, a czas jest jednorodny. Taki układ nazywa się inercjalny. Przyjęcie układu inercjalnego do opisu pola wartości ruchu kapitału, powoduje że równanie ruchu kapitału jest postaci:

$$\mathbf{divT + \rho b=\rho \ddot{y}} \qquad \mathbf{(5.1)}$$

$$\mathbf{T = T^T} \qquad \mathbf{(5,2)}$$

T – tensor naprężeń kapitałowych
b – wektor sił zewnętrznych
ÿ– przyspieszenie
ρ – gęstość masy.

Pełny układ równań dla przepływów kapitałowych zawierać powinien:
a) równanie ciągłości
b) trzy równania Naviera – Stokesa

[19] L. D. Landau, E. M. Lifszyc, *Hydrodynamika*, PWN, Warszawa 1994.
[20] L. D. Landau, E. M. Lifszyc, *Mechanika,* PWN, Warszawa 2009.

c) równomierne zachowania entropii

Ponieważ problem rozwiązań Nawiera – Stoksa jest otwarty, ograniczyłem się do modelu lepko – sprężystego, który jest rozwiązany. W swojej pracy doktorskiej D. Kosiorowski stosując prezentowany model pokazał istnienie naprężeń kapitałowych związanych z testerem naprężeń I[21]. Tutaj $T = (-p + \lambda \mathrm{tr} D)\,1 + 2\mu D$ p, λ, μ - zależy od gęstości ρ. λ, μ są lepkościami dynamicznymi i kinetycznymi odpowiednio. Do tak sformułowanych równań (5.1) – (5.2) należy dodać warunki początkowe i brzegowe[22]. Twierdzenia Nëther, mogą być użyte do badań niezmienników problemu (5.1) – (5.2) rozszerzonego na równania konstytutywne.

Uwagi końcowe

Rozpatrzmy pewien klasyczny układ ekonomiczny[23], w którym pod wpływem oddziaływania **x** należącego do pewnego zbioru możliwych oddziaływań **X** powstaje odpowiednio **y** z pewnego zbioru możliwych reakcji **Y.** Natura oddziaływania i reakcji może być rozmaita. Mogą to być stany, pola, procesy. Oddziaływanie **x** nazywa się najczęściej przyczyną, **y** – skutkiem. Można więc mówić o pewnym przyczynowo – skutkowym prawie ekonomicznym: **f: X→Y.** W teorii systemów **x** to wejście, **y** – wyjście, **f** - układ. Celem ustalenia uwagi można rozważać na przykład następującą sytuację: układem ekonomicznym jest dostatecznie małe otoczenie cząstki kapitału, oddziaływanie **x** – gradientem gęstości kapitału w tej cząstce (gradientem pola wartości), a reakcją – wektor przepływu strumienia kapitału w tej cząstce. Podobnie w fizyce – układ fizyczny to otoczenie cząstki ośrodka ciągłego, oddziaływanie **x** – gradient temperatury, **y = f(x)** - wektor strumienia ciepła. Jeszcze raz powróćmy do równań (5.1) – (5.2) - po dodaniu odpowiednich warunków początkowo – brzegowych mamy sformułowany model przepływu kapitału, nazywany przez autora modelem hydrodynamicznym.
Istnieje analogia między teorią naprężeń cieplnych a teorią naprężeń kapitałowych. Aby opisać taką analogię, należałoby najpierw dokładnie opisać model ośrodka, w którym istnieją naprężenia cieplne, podając miedzy innymi:

a) podstawowe równania pola opisujące proces termosprężysty (w sensie Truesdella, Gurtina) z objaśnieniami wszystkich symboli (temperatury, entropii, strumienia ciepła, naprężeń, odkształceń itp.);

b) warunki początkowe i brzegowe;

c) przypadki graniczne ciała stałego i cieczy (sztywnego przewodnika ciepła, deformowalnego ciała termosprężystego, lepkosprężystego itp.)

Opis procesu termomechanicznego powinien być kompletny w sensie poprawnego sformułowania problemu początkowo – brzegowego (aby problem miał rozwiązanie jednoznaczne i zależne w sposób ciągły od danych przyczyn wywołują-

---

21 D. Kosiorowski, *Statystyczne teorie kształtu w wielowymiarowej analizie porównawczej zjawisk ekonomicznych*, Praca doktorska, AE Kraków, Kraków 2006.

22 Więcej szczegółów na temat problematyki tego paragrafu można znaleźć w C. Truesdell, *A first course rational continuum mechanics*, The Johns Hopkins University Baltimore, Maryland 1972.

23 J. Rychlewski, *Teoria symetrii*, WNT, Warszawa 1992.

cych proces). Następnie należy wprowadzić pojęcie ekonomiczne, będące odpowiednikami dla modelu ośrodka ciągłego w mechanice. Tak wprowadzone pojęcia (np. pole wartości ekonomicznej z jego dziedziną, zakresem; pole entropii ekonomicznej z odpowiednią dziedziną i zakresem, stopa dyskontowa z dziedzina i zakresem) powinny się pojawić w podstawowym układzie różniczkowych równań pola teorii ekonomicznej (związki kinematyczne w układzie ekonomicznym, prawa zachowania pędu „ekonomicznego” i „energii” ekonomicznej oraz równania konstytutywne układu ekonomicznego). Układ równań pola teorii ekonomicznej winien być uzupełniony ekonomicznymi warunkami początkowo – brzegowymi tak, aby równania pola i warunki zewnętrzne określały przebieg realnego procesu ekonomicznego. Dopiero po podaniu kompletnych sformułowań można wyciągnąć wnioski wynikające z teorii naprężeń cieplnych lub ze znajomości rozwiązań równań Naviera – Stokesa.

Bibliografia

1. Klecha T. A., *O istocie kapitału,* Miscellanea Oeconomicae nr 2, Kielce 2006.
2. Klecha T. A., *Teorie wymiany w ekonomii,* Księga jubileuszowa prof. T. Stanisza, AE Kraków, Kraków 2006.
3. Klecha T. A., *Truesdellowski model kapitału i pieniądza. Informacja ekonomiczno – finansowa jako podstawa zarządzania podmiotami gospodarczymi,* WSBiF, Bielsko 2006.
4. Huang K., *Mechanika statystyczna,* PWN, Warszawa 1978.
5. Schuster H. G., *Chaos deterministyczny,* PWN, Warszawa 1995.
6. Biney J. J. i inni, *Zjawiska krytyczne,* PWN, Warszawa 1998.
7. Arnold V., *Równania różniczkowe zwyczajne,* PWN, Warszawa 1975.
8. Klecha T. A., *O naprężeniach kapitału,* Studia i prace Wydawnictw Naukowych i Zarządzenia, 11, 2008 (195-207), Szczecin 2008.
9. Rychlewski J., *Teoria symetrii,* WNT, Warszawa 1992.
10. Klecha T. A., *Truesdellowski model kapitału i pieniądza II,* Informacja ekonomiczno finansowa, WSBiF, Bielsko 2007.
11. Planck M., *Gluchgewichtsmstande isotroper Kŏrper in werschiedenen temperaturen,* Th. Ackermann, Műnchen 1880.
12. Planck M., *Vorlesungen űber Thermodynamic,* Berlin 1897.
13. Penrose R., *Droga do rzeczywistości,* Prószyński i Spółka, Warszawa 2004.
14. Rubi J. M., Vilar J. M. G., *The mesoscopic Dynamics of Thermodynamic Systems,* http://arxiv.org/abs/cond-mat/0511651.
15. Kjelstrup S., Rubi J. M., Bedeaux D., *Active Transporti A. Kinetic Description Based on Thermodynamic Ground,* http://avxiv.org/abs/conol-mat/0412493.
16. Vilar J. M. G., Rubi J. M., *Termodynamics „beyond” Local Equilibrum,* http://arxiv.org/abs/conol-mat/0110614.
17. Groot S. R., Mazur P., *Nonequilibrum Thermodynamics,* Dover 1984.
18. Salach J., *Termodynamika,* Zamiast korepetycji..., Kraków 1999.
19. *Encyklopedia fizyki,* PWN, Warszawa 1974.
20. Anselm A., *Podstawy fizyki statystycznej i termodynamiki,* PWN, Warszawa 1984.
21. Landau L. D., Lifszyc E. M., *Fizyka statystyczna I, II,* Warszawa 1978.
22. Perzyna P., *Termodynamika materiałów niesprężystych,* WNT, Warszawa 1978.
23. Mirowski P., *From Mandelbrot to chaos in economics theory,* Southern Economics

Journal 57, 1990.
24. Mirowski P., *More Heat than Light. Economics as Social Physics. Physics as Nature Ekonomics*, Cambridge University Press 1989.
25. Arvid A., *Lecture Notes in Economics and Mathematical System*, nr 31, Springer – Verlag.
26. Landau L. D., Lifszyc E. M., *Hydrodynamika*, PWN, Warszawa 1994.
27. Landau L. D., Lifszyc E. M., *Mechanika*, PWN, Warszawa 2009.
28. Kosiorowski D., *Statystyczne teorie kształtu w wielowymiarowej analizie porównawczej zjawisk ekonomicznych,* Praca doktorska, AE Kraków, Kraków 2006.
29. Truesdell C., *A first course rational continuum mechanics,* The Johns Hopkins University Baltimore, Maryland 1972.

Abstract

Nonequilibrium and equilibrium economics

In the paper are analyzed nonequilibrium and equilibrium states In economics , and also mathematical complexity simple economics